مطالعه عددی پایداری ستون‌های متخلخل فولادی تحت بار محوری

جواد پیری[۱]   علی محمد ناصریان نیک [۲]*   حمید سازگاران[۳]

چکیده فوم‌های فولادی یا فولادهای متخلخل به علت داشتن ویژگی‌های شیمیایی، فیزیکی و مکانیکی منحصر به فرد در بسیاری از کاربردهای مهندسی می‌توانند به صورت موفقیت‌آمیز به کار برده شوند. در این پژوهش، با توجه به اهمیت مطالعه رفتار مکانیکی فوم‌های فولادی، به شبیه‌سازی و بررسی رفتار کمانشی این دسته از مواد مهندسی پیشرفته و نوظهور پرداخته شده است. به این منظور، از مدل‌سازی صریح حفرات و روش المان محدود کمک گرفته شده است. مطالعات برای سه شرط مرزی متفاوت، روی مدل‌هایی با درصدهای تخلخل ۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۳۷ و ۴۵ انجام گردید. با توجه به نو بودن مسئله مورد شبیه‌سازی، موضوع حساسیت به شبکه‌بندی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن است که با افزایش میزان تخلخل، تعداد المان افزایش و بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد. مقادیر بار بحرانی به‌دست آمده برای مدل‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شدند. اثر تخلخل بر رفتار کمانشی برای شرایطی که ستون‌های متخلخل فولادی دارای قید بیشتری هستند، کمتر است.

واژه‌های کلیدی فوم فولادی، شبیه‌سازی، کمانش، المان محدود، بار بحرانی.

A Numerical Investigation on the Stability of Porous Steel Columns under Axial Loading

Javad piri   Ali Mohammad Naserian-Nik   Hamid Sazegaran

Abstract *Steel foams or porous steels can be successfully used in many engineering applications due to their unique chemical, physical and mechanical properties. In this research, due to the importance of studying the mechanical behavior of steel foams, the buckling behavior of this advanced and emerging engineering material has been simulated and investigated. For this purpose, explicit modeling of pores and the finite element method have been used. Studies were conducted for three different boundary conditions on models with porosity percentages of 0, 10, 20, 30, 37 and 45. Considering the novelty of the simulated problem, the issue of sensitivity to meshing was investigated. The results indicate that with increasing porosity, the number of elements increases and the critical buckling load decreases. The critical load values obtained for different models were compared with each other. The effect of porosity on buckling behavior is less for conditions where porous steel columns have more constraints.*

Keywords Steel foam, Simulation, Buckling, Finite element, Critical load.

مقدمه

فوم‌های فلزی دسته‌ای از مواد فلزی با ساختار متخلخل هستند که دارای رفتار مکانیکی جالب توجه، نظیر سفتی و مقاومت به ضربه بالا همزمان با داشتن وزن پایین و هم‌چنین مشخصه‌های حرارتی، الکتریکی و صوتی منحصر به فرد هستند. برهمین اساس، استفاده از این دسته از مواد مهندسی، به ویژه به عنوان لایه‌های میانی پرکننده برای کاهش وزن در سازه‌های سبک‌وزن و نیز عایق حرارت و صوت فزونی یافته است [۳-۱]. تاکنون پژوهش‌های متعددی برای مطالعه رفتار کمانشی انواع مختلف مواد متخلخل انجام شده است. کویی و همکاران [۴] به بررسی رفتار کمانشی ستون‌های پرشده از فوم آلومینیوم با استفاده از روش‌های

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران
[۲] استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران
[۳] استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده علوم مهندسی، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران

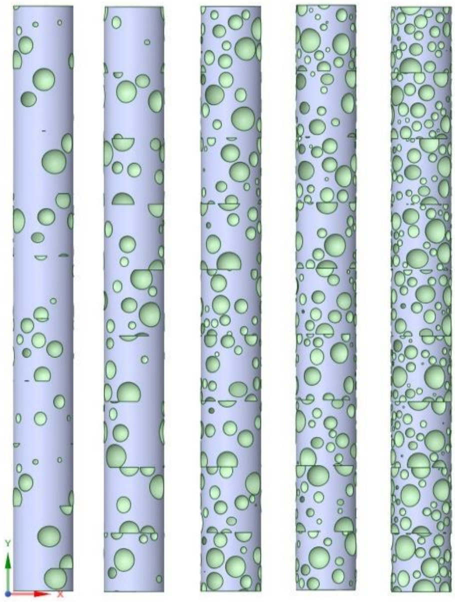
آزمایشگاهی و المان محدود (بدون مدل‌سازی صریح حفرات) پرداختند. آن‌ها، مدل‌های مختلفی در ابعاد و اندازه‌های گوناگون را مطالعه کردند و نشان دادند پوشش (غلاف) مورد استفاده برای ستون‌ها می‌تواند تاثیر مثبتی بر کمانش آن‌ها داشته باشد. اما، اثر میزان تخلخل بر روی رفتار کمانش ستون‌های تولید شده ارزیابی نشد. چن و همکاران [۵] کمانش و ارتعاشات تیرهای دارای تخلخل متغیر در راستای ضخامت را تحت شرایط مرزی مختلف و با استفاده از نظریه تیموشنکو و روش ریتز، در حالت دوبعدی، بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند با افزایش توزیع تخلخل متغیر، تیرها می‌توانند بارهای بحرانی بیشتری را تحمل کنند. جسون و مگناکی [۶] دو مدل تئوری خطی و غیرخطی را برای کمانش ستون‌های ساندویچی با هسته فوم فلزی تحت شرایط مرزی پین-پین ارائه کردند. بار بحرانی مدل خطی حدود ۹ درصد بزرگ‌تر از مقدار حاصل از مدل غیرخطی گزارش شد. ثنگ و همکاران [۷]، با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول ورق‌ها و روش حل نویر، کمانش و ارتعاشات آزاد تیرهای متخلخل را به صورت تحلیلی مطالعه کردند. نتایج این مطالعه نشان‌دهنده آن است که افزایش میزان تخلخل باعث کاهش بار بحرانی و فرکانس طبیعی خواهد شد و توزیع متقارن تخلخل (نسبت به صفحه طولی تیر) در مقایسه با توزیع یکنواخت منجر به مقادیر بالاتر بار بحرانی کمانش و فرکانس طبیعی می‌شود. شفیعی و کاظمی [۸]، کمانش غیرخطی تیرهای نانو متخلخل را با استفاده از تئوری اویلر-برنولی، با تمرکز بر تأثیر پراکندگی سلول‌ها (حفرات درون ماده فومی) مطالعه کردند. کیتیپورنچای و همکاران [۹]، به کمک تئوری تیموشنکو و روش ریتز، ارتعاشات آزاد و کمانش الاستیک را برای تیرهای متخلخل تقویت شده با گرافن مورد بررسی قرار دادند. توزیع حفرات و بار بحرانی با اضافه شدن مواد تقویت‌کننده نیز در این مقاله بررسی شده است. آن‌ها نشان دادند توزیع یکنواخت و غیریکنواخت حفره‌ها تأثیر مستقیم بر ارتعاشات و کمانش نانو تیرهای متخلخل دارد. مگناکی و استیتویچ [۱۰] و فودا و همکاران [۱۱] معادلات حاکم بر کمانش ستون دارای تخلخل تدریجی در راستای ضخامت را، به ترتیب، به روش تحلیلی و المان محدود حل کردند. نگوین و همکاران [۱۲ و ۱۳] کمانش و ارتعاشات آزاد فوم‌های فلزی را با استفاده از روش ریتز و به کارگیری چندجمله‌ای‌های چبیشو، به صورت عددی بررسی کردند. تنگ و همکاران [۱۴]، معادلات حاکم بر کمانش تیرهای دارای تخلخل طولی و عرضی را با استفاده از تئوری اویلر-برنولی استخراج و به روش عددی مربعات تفاضلی تعمیم یافته حل کردند. این پژوهش نشان داد توزیع تخلخل در امتداد ضخامت، در مقایسه با امتداد طولی، تأثیر بیشتری بر بار بحرانی دارد. کواکیک و همکاران [۱۵] به روش تجربی مشاهده کردند که نسبت پواسان فوم‌های آلومینیومی با چگالی بین $۰/۴۳۰\ g{\cdot}cm^3$ تا $۱/۳۹۰\ g{\cdot}cm^3$ از ۰/۲۱ به ۰/۳۴ افزایش می‌یابد. سازگاران و همکاران [۱۶]، رفتار فشاری فوم‌های تولیدی به کمک روش المان محدود و بر اساس مدل گارسون- تورگارد- نیدلمن را شبیه‌سازی و اثر پارامترهای مؤثر در مدل مذکور برای پیش‌بینی بهتر رفتار فوم‌های فولادی بررسی کردند. گارج و همکاران [۱۷]، به بررسی کمانش و ارتعاشات آزاد صفحه‌های ساندویچی با هسته فوم فلزی تدریجی، با استفاده از روش المان محدود بر پایه تئوری زیگزاگ، پرداختند. آن‌ها نشان دادند با کاهش ضخامت هسته فومی، بار کمانش افزایش می‌یابد. موحدی و همکاران [۱۸] به بررسی آزمون فشار لوله‌های ساندویچی جدار نازک با هسته فوم فلزی از جنس آلومینیوم که به روش ریخته‌گری ساخت شده بودند، پرداختند. در پژوهش آن‌ها کمانش موضعی در نمونه‌های تحت فشار گزارش شد. کی و همکاران [۱۹]، تأثیر استفاده از فوم آلومینیوم برای پرکردن قسمتی از تیرهای هیبریدی را به کمک شبیه‌سازی در نرم‌افزار Ls-Dyna بررسی نمودند و مشاهده کردند که پر کردن تیرها از فوم به جذب انرژی و مقاومت در برابر خمش کمک می‌کند. تاوارس و همکاران [۲۰] رفتار فشاری دو دسته فوم فولادی با ساختار کره توخالی و آلومینیومی ساخته شده به روش متالورژی پودر را در دمای ۱۰۰ تا ۷۰۰ درجه سانتی‌گراد با هم مقایسه کردند. مشاهده شد که فوم فولادی با ساختار کره توخالی تنها افت جزئی ناشی از دمای بالا را در سفتی و استحکام در دمای ۴۰۰ درجه سانتی‌گراد یا کمتر از آن نشان می‌دهد، در حالی که هنوز ۶۹ درصد از مقاومت فشاری خود را در دمای ۵۵۰ درجه سانتی‌گراد حفظ می‌کند. اما فوم آلومینیومی متالورژی پودر در دمای ۱۵۰ درجه سانتی‌گراد شروع به افت خواص می‌کند. علاوه بر این، مدل المان محدود فوم آلومینیومی با ساختار کره توخالی ایجاد و رفتار فشاری آن به کمک نرم افزار Ls-Dyna شبیه‌سازی شد. این شبیه‌سازی نشان داد که کمانش خمیری سلول‌های کروی با پلاستیسیته پیشرونده ناحیه تماس، مکانیسم کلیدی شکست محلی است. ریس و همکاران [۲۱]، با مدل‌سازی صریح حفرات به مطالعه المان محدود رفتار فشاری فوم‌های فلزی با تخلخل بین ۶۲ تا ۶۸ درصد پرداختند. نتایج نشان از موفقیت روش مورد استفاده دارد. ویدوانس و همکاران [۲۲]، رابطه اویلر را برای کمانش پنل‌های ساندویچی با هسته فوم فلزی توسعه دادند.

مطالعات متعددی بر رفتار مکانیکی به ویژه رفتار فشاری فوم‌های فلزی، با استفاده از رهیافت‌های تجربی و غیرتجربی، متمرکز شده‌اند. این در حالی است که هنوز درک کاملی از رفتار کمانشی سازه‌های ساخته شده از فوم‌های فلزی وجود ندارد. به طور خاص، ارزیابی کمانش ستون‌های متخلخل با استفاده از روش المان محدود مغفول مانده است. بنابراین، هدف اصلی پژوهش حاضر، انجام شبیه‌سازی المان محدود کمانش این دسته از مواد، با مدل‌سازی صریح حفرات، برای اولین بار است. اثر میزان تخلخل، ضخامت دیواره سلول‌ها یا حفره‌ها و افزایش المان‌های اطراف حفره‌ها بر روی بار بحرانی کمانش فوم‌های فولادی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

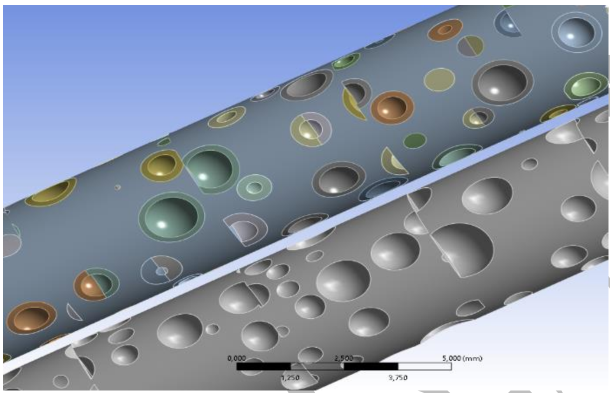
روش مدل‌سازی و شبیه‌سازی

ایجاد مدل

نمونه‌های فومی مورد بررسی در این پژوهش شامل شش مدل استوانه‌ای سه‌بعدی به ارتفاع ۴۰ میلی‌متر و قطر ۴ میلی‌متر با درصد تخلخل‌های برابر ۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۳۷ و ۴۵ درصد است. نمونه‌های مذکور با استفاده از نرم‌افزار SpaceClaim نسخه ۲۰۲۱ [۲۳] ساخته شد. مدل‌سازی با ایجاد مکعب‌هایی، به عنوان حجم واحد، به ابعاد در حدود ۴ میلی‌متر آغاز می‌شود. سپس، تعداد معینی ذرات کروی شکل با محدوده قطر مشخص، به منظور تولید تخلخل با درصد مدنظر، ایجاد می‌شود. در ادامه، حجم ذرات از حجم مکعب کسر می‌گردد تا یک مکعب متخلخل (دارای حفرات کروی) ایجاد شود. در این پژوهش، بازه تغییرات قطر حفرات بین ۵۰۰ تا ۱۷۵۰ میکرومتر در نظر گرفته شد. به طور پیش‌فرض، ضخامت دیواره‌های حفرات یا همان سلول‌های موجود در نمونه‌ها صفر در منظور شد. لیکن، به منظور بررسی اثر ضخامت دیواره سلول‌ها بر بار بحرانی کمانش، مدل‌هایی با درصد تخلخل‌های ۱۰ و ۳۰ درصد و ضخامت دیواره ۱۰۰ میکرومتر ساخته شد. در مرحله بعد، با اتصال تعداد ۱۰ عدد مکعب ایجاد شده به صورت اتفاقی، مکعب مستطیلی به طول ۴۰ میلی‌متر جهت ساخت نمونه‌های استوانه‌ای مورد نظر ایجاد می‌شود. در نهایت، از مکعب متخلخل حاصله، استوانه‌ای به قطر ۴ میلی‌متر جدا می‌شود. مدل صفر درصد تخلخل، استوانه‌ای با ابعاد ذکر شده است که هیچ حفره‌ای در آن وجود ندارد. توزیع پراکندگی و قطر حفره‌ها در سطوح خارجی و داخل نمونه‌ها با یک الگوریتم کاملا تصادفی ایجاد شده است. در شکل ۱ مدل‌های متخلخل با ضخامت دیواره سلول صفر نشان داده شده‌اند. همچنین، شکل ۲



شکل ۱: نمایش CAD مدل‌های مورد مطالعه: به ترتیب از چپ به راست با درصدهای تخلخل ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۳۷ و ۴۵.



شکل ۲: مقایسه دو مدل حاوی درصد تخلخل ۳۰ با ضخامت دیواره صفر و ۱۰۰ میکرون.

دو مدل ۳۰ درصد با ضخامت دیواره صفر و ۱۰۰ میکرومتر را با هم مقایسه می‌کند.

در ادامه، برای نام‌گذاری مدل‌های با ضخامت دیواره صفر از عنوان A و برای مدل‌ها با ضخامت دیواره ۱۰۰ میکرومتر از عنوان B استفاده می‌شود. جنس بستر نمونه‌ها از فولاد سازه‌ای کربنی با ضریب کشسانی ۲۰۰ گیگاپاسکال، ضریب پواسان ۰/۳، تنش تسلیم ۲۵۰ مگا پاسکال در نظر گرفته شده است.

فرآیند شبیه‌سازی

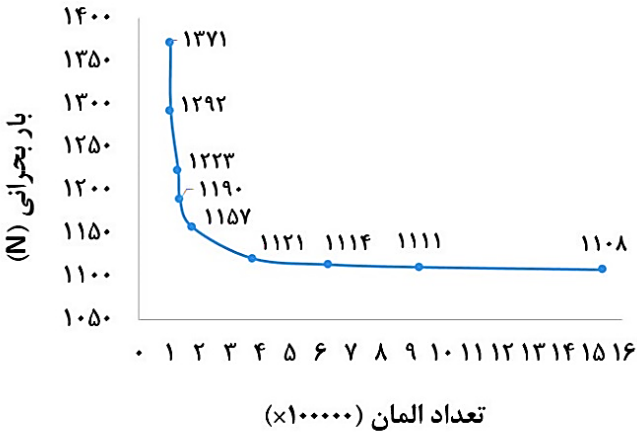
شبیه‌سازی المان محدود، به عنوان یک مسئله مقدار ویژه، به کمک نرم افزار Ansys نسخه ۲۰۲۱ [۲۴] انجام شده است. سعی شده است شبکه‌بندی و نحوه اعمال شرایط مرزی و

بارگذاری همه‌ی مدل‌های مورد مطالعه، در شرایط یکسان صورت گیرد.

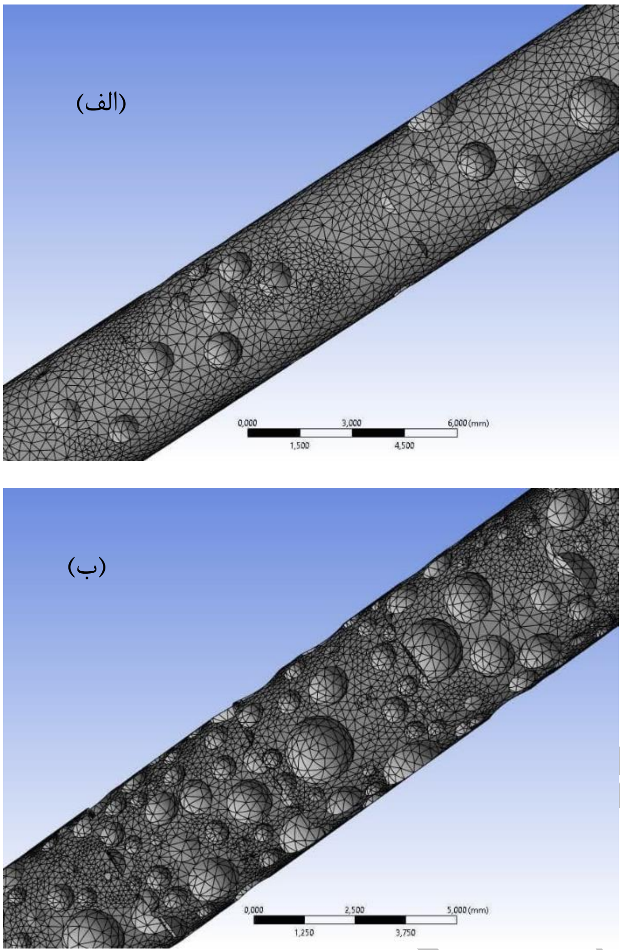
شبکه‌بندی و همگرایی

با توجه به جدید بودن مسئله مورد شبیه‌سازی، بررسی حساسیت به شبکه‌بندی برای آن از اهمیت خاصی برخودار است. برای انتخاب بهترین اندازه المان، ۹ اندازه مختلف در نظر گرفته شده است. کوچک‌ترین اندازه مورد بررسی در همگرایی مقدار ۰/۰۷ میلی‌متر است. به کمک شکل ۳ حساسیت به اندازه المان مسئله، برای مدل حاوی ۴۵ درصد تخلخل تحت شرایط مرزی گیردار-آزاد بررسی شده است. مدل‌های نمایش داده شده در شکل۴ با اندازه المان ۰/۳ میلی‌متر شبکه‌بندی شده‌اند. همچنین، در شکل ۵ نمای نزدیکی از مدل حاوی ۴۵ درصد تخلخل که با اندازه المان ۰/۰۷ میلی‌متر شبکه‌بندی شده است، مشاهده می‌شود. بار بحرانی به دست آمده برای مدل حاوی ۴۵ درصد تخلخل تحت شرایط مرزی گیردار-آزاد در حالتی که اندازه المان ۰/۳ میلی‌متر انتخاب شده است و در حالت کوچک‌ترین اندازه المان مورد بررسی، به ترتیب، برابر ۱۱۵۷ و ۱۱۰۸ نیوتن است (با اختلافی ۴/۵ درصدی) می‌شود، در حالی که تعداد المان‌ها از ۱۷۸۱۰۰ به ۱۵۳۷۰۰۰ (به حدود ۸/۵ برابر) می‌رسد. پس از بررسی حساسیت به مش، اندازه المان همه‌ی مدل‌های گروه A، برای ادامه شبیه‌سازی‌ها، مقدار ۰/۳ میلی‌متر انتخاب شد.

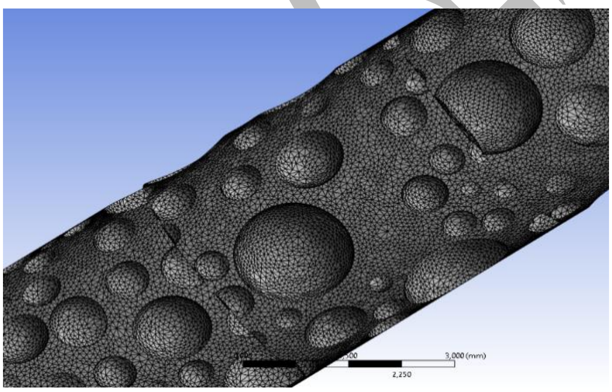
لازم به ذکر است که تمامی مدل‌ها با اندازه المان و شرایط یکسان شبکه‌بندی شده‌اند. با افزایش درصد تخلخل و یا به عبارت دیگر، با ازدیاد مقدار حفره‌ها تعداد المان‌های شبکه‌بندی شده در مدل نیز افزایش می‌یابد. بنابراین، بیشترین تعداد المان در نمونه ۴۵ درصد و کمترین آن در نمونه صفر درصد ایجاد شد. در جدول ۱،



شکل ۳: نمودار حساسیت به مش برای مدل با ۴۵ درصد تخلخل در شرایط تکیه‌گاهی گیردار-آزاد.



شکل ۴: نمایش شبکه‌بندی مدل الف) ۱۰ درصد تخلخل و ب) ۴۵ درصد تخلخل.



شکل ۵: نمایی از شبکه‌بندی مدل ۴۵ درصد تخلخل با اندازه المان ۰/۰۷ میلی‌متر.

تعداد المان همه‌ی مدل‌های گروه A آورده شده است. در شکل ۴ نمای نزدیکی از شبکه‌بندی مدل‌های ۱۰ و ۴۵ درصد به تصویر کشیده شده است. برای مقایسه تعداد المان ایجاد شده در مدل‌های A و B، دو مدل ۱۰ و ۳۰ درصد در نظر گرفته شده که

در جدول ۲ مقادیر آن‌ها ارائه شده است. در شرایط یکسان شبکه‌بندی تعداد المان مدل‌های گروه B در درصدهای مشابه بیشتر از تعداد المان‌های مدل‌های گروه A هستند.

شرایط مرزی و بارگذاری

بارهای بحرانی بررسی شده برای هر مدل در سه شرایط مرزی گیردار (ثابت)-آزاد، گیردار-پین (مفصل) و پین-پین مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط مرزی گیردار و پین، با اعمال قیدهای حرکتی به سطح مقطع عرضی مدل در یکی از دو انتها مدل لحاظ شده است: برای تکیه‌گاه گیردار جابجایی در امتداد سه محور مختصات و تکیه‌گاه پین جابجایی در امتداد محورهای عمود بر طول مدل (x و z) ثابت می‌شود. بارگذاری انجام شده در راستای طول مدل و عمود بر سطح مقطع آن می‌باشد. مقدار این نیروی فشاری برابر با یک واحد است تا مقدار به دست آمده برای بار بحرانی همان ضریب اصلی باشد.

تحلیل المان محدود

بعد از آن که مدل‌ها در شرایط یکسان مورد شبکه‌بندی و بارگذاری قرار گرفتند، هر مدل به صورت جداگانه در شرایط مرزی‌های مختلف، به ترتیب، تحت حل‌های استاتیک و مقدار ویژه قرار می‌گیرد. نهایتا مقدار بار بحرانی و شکل مود اول کمانش هر مدل استخراج و بررسی می‌شود.

جدول ۱: تعداد المان‌های مربوط به هر مدل‌های با درصد تخلخل مختلف

درصد تخلخل	تعداد المان
۰	۲۹۴۶۱
۱۰	۶۳۳۳۶
۲۰	۶۳۹۴۵
۳۰	۱۱۱۱۹۷
۳۷	۱۲۷۸۱۱
۴۵	۱۷۸۸۱۲

جدول ۲: مقایسه تعداد المان‌های مربوط به مدل‌های A و B

درصد تخلخل	نوع مدل	تعداد المان
۱۰	A	۲۹۴۶۱
۱۰	B	۷۷۰۸۳
۳۰	A	۱۱۱۱۹۷
۳۰	B	۱۵۴۴۴۹

نتایج و بحث

همان طور که قبلا نیز مطرح گردید، در ساخت مدل‌های مورد مطالعه از تکرار حفره‌های مشابه در سطوح و همچنین در داخل نمونه‌ها برای تولید ساختارهای متخلخل پرهیز شده است. علاوه بر این باید خاطر نشان کرد که تخلخل‌های موجود در مدل‌ها به صورت کاملا تصادفی ایجاد شده است. با توجه به محدوده اندازه حفره‌ها، پراکندگی خوبی در اندازه آن‌ها مشاهده گردید. شایان توجه است که شبکه‌بندی انجام شده برای مدل‌ها رابطه مستقیمی با تعداد حفره‌ها یا تخلخل‌های موجود در آن‌ها دارد. هر چه تعداد حفره‌ها بیشتر باشد، تعداد المان‌های بیشتری جهت شبکه‌بندی ساختار متخلخل نهایی نیاز است.

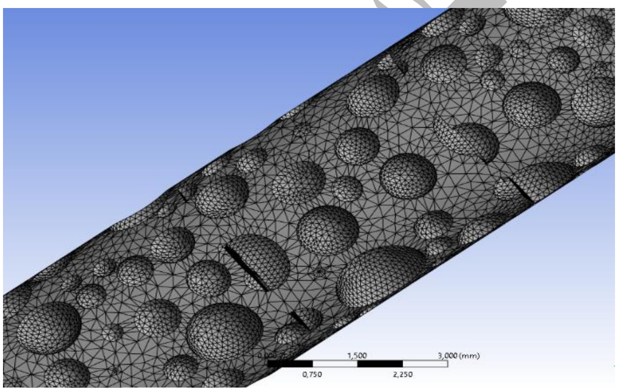
تاثیر افزایش المان‌های اطراف حفره‌ها بر روی بار بحرانی در کمانش، در تحلیل جداگانه‌ای ارزیابی شد. به این صورت که اندازه شبکه‌بندی حفره‌ها از بدنه مدل، کوچک‌تر لحاظ شد. در این حالت، ابعاد المان‌های حفره‌ها ۰/۱ میلی‌متر منظور شد که نتیجه آن افزایش بیش از ۴/۵ برابری تعداد المان‌ها و بیش از ۱۰ برابری مدت زمان شبیه‌سازی، برای مدل با درصد تخلخل ۴۵ بود. در شکل ۶ چگونگی شبکه‌بندی حول حفره‌ها قابل مشاهده است. بار بحرانی در این حالت برای شرایط مرزی گیردار-آزاد مقدار۱۱۱۲/۳ نیوتن محاسبه شده و نسبت به حالتی که کل مدل شبکه‌بندی یکنواختی داشته باشد، حدود ۴ درصد کاهش یافته کاهش قابل ملاحظه‌ای خواهد یافت. از این رو، در سایر فرآیندهای شبیه‌سازی، اندازه المان‌های حفره‌ها و بستر یکسان منظور شده است. لازم به ذکر است که در این شرایط، در کلیه مدل‌ها، سعی شده است شبکه‌بندی اطراف حفره‌ها به طور کلی ریزتر از شبکه‌بندی بستر انجام شود. به طور کلی، هر چه قطر حفره کمتر باشد، اندازه المان مرتبط با آن کوچک‌تر خواهد بود. این بررسی‌ها حاکی از آن بود که مدل با داشتن حفره‌های بیشتر بار بحرانی کمتری تحمل می‌نماید. به عبارت دیگر، با ضعیف شدن نمونه‌ها توسط ایجاد شدن حفره‌ها و تخلخل‌ها، مدل‌ها با درصد تخلخل بالاتر، زودتر دچار کمانش می‌شدند. بار بحرانی به دست آمده در هر شرایط مرزی و برای هر مدل در جدول ۳ ثبت شده است. همچنین جدول ۳ نشان می‌دهد، در همه مدل‌ها، بار بحرانی به طور کلی، در شرایطی که قید و بست بیشتری وجود دارد، بزرگ‌تر است. شکل ۷ مودهای اول کمانش را برای مدل‌های با تخلخل ۴۵ درصد و بدون تخلخل در شرایط مرزی مختلف نشان می‌دهد. مطابق انتظار، شکل مود وابسته به شرایط مرزی است. بنابراین، ایجاد حفره‌ها یا همان تخلخل‌ها در شکل مود کمانش تاثیری قابل

توجه‌ای ندارد. این در حالی است که مقدار تغییرشکل‌های ناشی از کمانش مود اول در نمونه‌های دارای تخلخل افزایش یافته است.

مقدار تئوری بار بحرانی (P_{cr}) برای مدل بدون تخلخل، در هر سه شرایط مرزی مورد بررسی، به کمک رابطه کمانش اویلر قابل محاسبه است [۲۵]:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \qquad (۱)$$

که در آن E ضریب کشسانی، I گشتاور دوم سطح مقطع عرضی و L_e طول معادل ستون است. مقدار طول معادل وابسته به شرایط مرزی ستون است. مقادیر بارهای بحرانی محاسبه شده توسط این رابطه و به دست آمده از فرآیند شبیه‌سازی در جدول ۴ ارائه شده است.



شکل ۶: نمایش شبکه‌بندی مدل با اندازه المان حفره‌ها ۰/۱ میلی‌متر و بدنه ۰/۳ میلی‌متر.

جدول ۳: مقادیر بارهای بحرانی بر حسب نیوتن، مربوط به مدل‌های با تخلخل و شرایط مرزی مختلف

درصد تخلخل	گیردار-آزاد	گیردار-پین	پین- پین
۰	۳۸۸۱	۳۰۷۳۰	۱۵۲۳۶
۵	۳۳۴۹	۲۵۳۶۵	۱۳۴۰۱
۱۰	۲۷۹۶	۲۱۶۰۶	۱۰۷۴۱
۱۵	۲۳۳۲	۱۸۴۷۸	۹۵۰۵
۲۰	۲۰۲۷	۱۶۴۱۹	۹۲۷۱
۳۰	۱۶۰۵	۱۳۱۸۷	۶۶۰۵
۳۷	۱۳۶۶	۱۱۱۷۴	۵۳۰۷
۴۵	۱۱۵۷	۸۷۳۰	۴۴۸۷

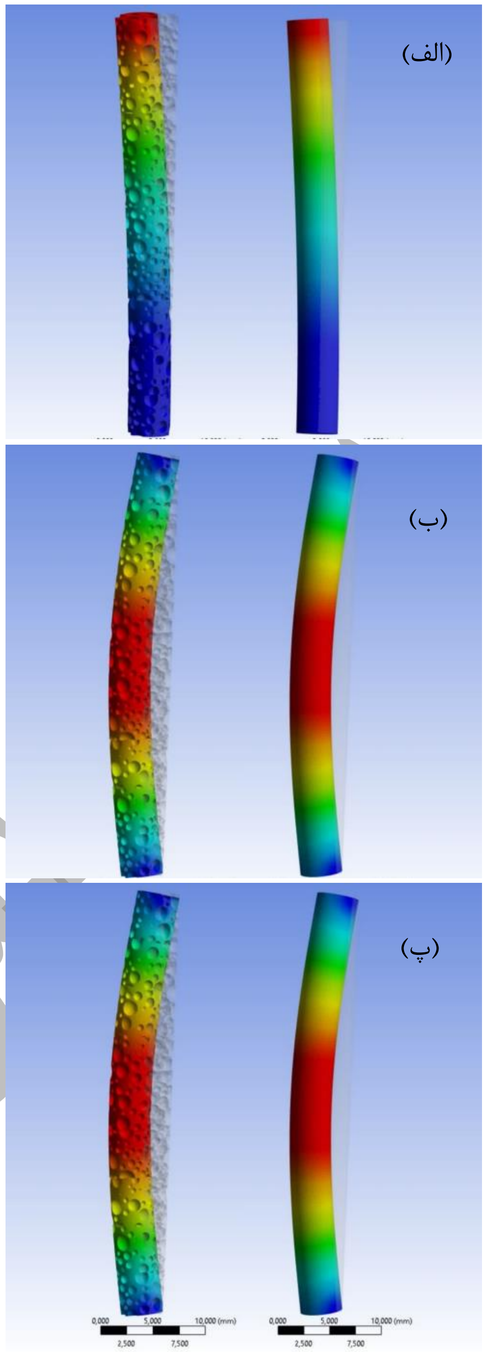
جدول ۴: مقادیر بارهای بحرانی (بر حسب نیوتن) مربوط به مدل بدون تخلخل در هر سه شرایط مرزی که از رابطه اویلر و شبیه‌سازی المان محدود به دست آمده‌اند.

شرایط مرزی	رابطه اویلر	شبیه‌سازی
گیردار-آزاد	۳۸۷۶	۳۸۸۱
گیردار-پین	۳۱۶۳۹	۳۰۷۳۰
پین- پین	۱۵۵۰۳	۱۵۲۳۶

با مقایسه مقادیر گزارش شده در جدول ۴، مقادیر بار بحرانی در شبیه‌سازی المان محدود بسیار نزدیک به مقادیر به دست آمده از رابطه اویلر است. بیشترین و کمترین اختلاف، به ترتیب، مربوط به شرایط مرزی گیردار-پین و شرایط مرزی گیردار-آزاد است.

با توجه به جدول ۳، به طور کلی، به ازای کلیه درصدهای تخلخل در شرایط مرزی گیردار-پین، بیشترین و در شرایط مرزی گیردار-آزاد، کمترین بار بحرانی تحمل می‌شود. همچنین، در همه شرایط مرزی، مدل صفر درصد تخلخل و مدل با تخلخل ۴۵ درصد، به ترتیب، بیشترین و کمترین بار بحرانی را دارند. از نگاه دیگر، هرچه تعداد حفره‌ها بیشتر باشد و مدل میزان تخلخل بیشتری داشته باشد، عملکرد ضعیف‌تری از خود نشان می‌دهد. به بیان دیگر، میزان تخلخل و قابلیت تحمل بار بحرانی در ساختار فولاد متخلخل مورد مطالعه ارتباط معکوس با یکدیگر از خود بروز می‌دهند. در مطالعه نگوین و همکارانش [۲۶] گزارش شده است که میزان تخلخل و اندازه حفره‌ها مهم‌ترین عامل تاثیرگذار بر روی رفتار خمشی مواد سلولی و یا ساختارهای متخلخل است. علاوه بر این، ژائو و همکارانش [۲۷] و کویی و همکاران [۴] در مطالعه کمانش فوم‌های تقویت شده با گرافن و جداره‌های آلومینیومی پر شده با فوم‌های آلومینیم نیز نتایج مشابهی را گزارش کرده‌اند. البته، تاثیر میزان تخلخل و اندازه حفره‌ها در رفتار فشاری فوم‌های فولادی تولید شده به روش متالورژی پودر با استفاده از دانه‌های اوره به عنوان فضاساز نیز نشان می‌دهد که افزایش درصد تخلخل تاثیر شدیدی بر روی کاهش ویژگی‌های فشاری دارد و سبب افت مقدار تنش پلاتو و در نتیجه، کاهش میزان جذب انرژی می‌گردد [۲۸].

ارزیابی ضخامت دیواره‌ها در ساختارهای متخلخل فولادی مطالعه شده نشان می‌دهد که افزایش میزان ضخامت تاثیر مستقیم و قابل ملاحظه‌ای بر روی مقادیر بار بحرانی دارد. شبیه‌سازی مدل‌های حاوی ۱۰ و ۳۰ درصد تخلخل از گروه B که ضخامت دیواره‌ای برابر با ۱۰۰ میکرومتر داشتند، نشان داد که نسبت به مدل مشابه خود در گروه A هم تعداد المان بیشتری نیاز دارند و هم در مقادیر بار بحرانی بالاتری دچار کمانش می‌شوند. به طوری که عملکرد مدل حاوی ۳۰ درصد تخلخل با ضخامت دیواره‌ای برابر با ۱۰۰ میکرومتر در شرایط مرزی و بارگذاری یکسان، عملکرد مشابهی با مدل حاوی ۱۵ درصد تخلخل با ضخامت دیواره‌ای برابر با ۱×۱۰^{-۶} متر از خود نشان داد. باید خاطر نشان کرد که در شرایط اعمال بارگذاری فشاری، دیواره‌های حفره‌ها یا سلول‌ها در مقابل بار اعمالی ایستادگی می‌کنند و قاعدتا



شکل ۷: شکل مود اول کمانش مدل ۴۵ درصد (چپ) و صفر درصد (راست) تخلخل در شرایط مرزی: الف) گیردار-آزاد، ب) پین-پین و پ) گیردار- پین.

افزایش ضخامت دیواره‌ها منجر به تحمل بار بحرانی بیشتری خواهد شد [۲۲].

جمع‌بندی

در این مطالعه سعی شده از نمونه‌های دارای ساختار متخلخل نزدیک به واقعیت برای شبیه‌سازی رفتار کمانش ساختارهای متخلخل فولادی استفاده شود. این شبیه‌سازی برای اولین بار و برای مدل‌هایی با تخلخل از ۰ تا ۴۵ درصد انجام شده است. بررسی شبیه‌سازی رفتار کمانش مدل بدون تخلخل در هر سه شرایط مرزی و مقایسه آن با رابطه اویلر نشان داد بار بحرانی به دست آمده در دو حالت بسیار نزدیک به یکدیگر بودند. اطلاعات ارائه شده در زمینه پارامترهای مدل‌سازی و شبیه‌سازی ارزیابی شده می‌تواند مورد استفاده سایر پژوهشگران قرار گیرد. علاوه بر این، نتایج کلی زیر به دست آمده است:

- هرچه مدل‌ها درصد تخلخل بیشتری داشته باشند، تعداد المان‌های بیشتری برای شبکه‌بندی آن‌ها نیاز است.
- هر چه مدل‌ها درصد تخلخل بیشتری داشته باشند، بار بحرانی کمتری را تحمل می‌کنند.
- در شرایطی که مدل‌ها دارای قید و بست بیشتری باشند، ظرفیت تحمل بار بحرانی آن‌ها افزایش می‌یابد.
- در شرایط یکسانی از اندازه شبکه‌بندی، بارگذاری و شرایط مرزی مدل‌های گروه B (مدل دارای ضخامت دیواره) عملکرد بهتری نسبت به مدل مشابه خود در گروه A در ظرفیت تحمل بار بحرانی داشتند.
- پیش‌بینی می‌شود که روند کاهش بار بحرانی برای مدل‌ها با درصد تخلخل بالا نیز برقرار باشد. همچنین از آنجا که بار بحرانی به شدت وابسته به میزان تخلخل و تعداد حفره‌ها است، اندازه حفره‌ها و نوع پراکندگی آن‌ها تأثیر قابل بررسی داشته باشد.

واژه‌نامه

First-order shear deformation theory	تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول
Navier	نویر
Euler-Bernoulli	اویلر-برنولی
Ritz	ریتز
Chebyshev polynomials	چندجمله‌ای‌های چبیشو
Generalized differential quadrature method	روش عددی مربعات تفاضلی تعمیم یافته
Gurson–Tvergaard–Needleman model	مدل گارسون- تورگارد- نیدلمن
Functionally graded metal foam	فوم فلزی تدریجی

مراجع

[1] J. Banhart, “Manufacture, characterization and application of cellular metals and metal foams”, *Progressive Materials Science*, Vol. 200, no. 46, pp. 559-632, 2001. https://doi.org/10.1016/S0079-6425(00)00002-5

[2] B.H. Smith, S. Szyniszewski, J.F. Hajjar, B.W. Schafer, and S.R. Arwade, “Steel foam for structures: A review of applications, manufacturing and material properties,” *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 71, pp. 1-10, 2012. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.10.028

[3] H. P. Degischer and B. Kriszt, “Handbook of Cellular Metals, Production, Processing and Applications,” Weinheim, Germany, Wiley-VCH/Verlag GmbH, 2002. https://doi.org/10.1002/3527600558

[4] G. Cui, L. Meng, and X. Zhai, “Buckling behaviors of aluminum foam-filled aluminum alloy composite columns under axial compression,” *Thin-Walled Structures*, Vol. 177, p. 109399, 2022. https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109399

[5] D. Chen, Sh. Rezaei, Ph.L. Rosendahl, B.X. Xu, and J. Schneider, “Multiscale modelling of functionally graded porous beams: Buckling and vibration analyses,” *Engineering Structures*, Vol. 266, 114568, 2022. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114568

[6] P. Jasion and K. Magnucki, “Global buckling of a sandwich column with metal foam core,” *Journal of Sandwich Structures & Materials*, Vol. 15, no. 6, pp. 718-732, 2013. https://doi.org/10.1177/1099636213499339

[7] Ph.T. Thang, T. Nguyen-Thoi, D. Lee, J. Kang, and J. Lee, “Elastic buckling and free vibration analyses of porous-cellular plates with uniform and non-uniform porosity distributions,” *Aerospace Science and Technology*, Vol. 79, pp. 278-287, 2018. https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.06.010

[8] N. Shafiei and M. Kazemi, “Nonlinear buckling of functionally graded nano-/ micro-scaled porous beams,” *Composite Structures*, Vol. 178, pp. 483-492, 2017. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.07.045

[9] S. Kitipornchai and D. Chen, J. Yang. “Free vibration and elastic buckling of functionally graded porous beams reinforced by graphene platelets,” *Materials & Design*, Vol. 116, pp. 656-665, 2017. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.12.061

[10] K. Magnucki and P. Stasiewicz, “Elastic buckling of a porous beam,” *Journal of theoretical and applied mechanics*, Vol. 42, pp. 859-868, 2004. http://www.ptmts.org.pl/jtam/index.php/jtam/article/view/v42n4p859

[11] N. Fouda,T. El-midany, and A.M. Sadoun, “Bending, buckling and vibration of a functionally graded porous beam using finite elements,” *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 3, pp. 274-282, 2017. https://doi.org/10.22055/jacm.2017.21924.1121

[13] N.D. Nguyen, T.N. Nguyen, T.K. Nguyen, and T.P. VO, “A new two-variable shear deformation theory for bending, free vibration and buckling analysis of functionally graded porous beams,” *Composite Structures*, Vol. 282, p. 115095, 2022. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.115095

[13] N.D. Nguyen and T.N. Nguyen, “Chebyshev polynomial-based Ritz method for thermal buckling and free vibration behaviors of metal foam beams,” *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 45, pp. 891-910, 2024. https://doi.org/10.1007/s10483-024-3116-5

[14] H. Tang, L. Li, and Y. Hu, “Buckling analysis of two-directionally porous beam,” *Aerospace Science and Technology*, Vol. 78, pp. 471-479. https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.04.045

[15] J. Kováčik, L. Marsavina, and E. Linul, “Poisson’s ratio of closed-cell aluminium foams,” *Materials*, Vol. 11, pp. 1904-1915, 2018. https://doi.org/10.3390/ma11101904

[16] H. Sazegaran, A.M. Naserian-Nik, M.R. Akbari, and A. Akbar-Nejad Fogh, “Investigation on the compressive behavior of steel foams manufactured by powder metallurgy route,” *Journal of Metallurgical and Materials Engineering*, Vol. 32, no. 1, pp. 45-56, 2021(In Persian). https://doi.org/10.22067/MA.V32I1.79641

[17] A. Garg, H. D. Chalak, L. Li, M.-O. Belarbi, and R. Sahoo, “Vibration and buckling analyses of sandwich plates containing functionally graded metal foam core,” *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 35, pp. 1-16, 2022. https://doi.org/10.1007/s10338-021-00295-z

[18] N. Movahedi, G.E. Murch, I.V. Belova, and T. Fiedler, “Manufacturing and compressive properties of sandwich foam tubes containing metal syntactic foam,” *Composite Structures*, Vol. 316, p. 117012, 2023. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.117012

[19] Ch. Qi, Y. Sun, and Sh. Yang. “A comparative study on empty and foam-filled hybrid material double-hat beams under lateral impact,” *Thin-Walled Structures*, Vol. 129, pp. 327-341, 2018. https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.04.018

[20] M. Tavares, J.M. Weigand , L.C.M. Vieira Jr., S.J.C. Almeida, and S. Szyniszewski, “Mechanical behavior of steel and aluminum foams at elevated temperatures. Local buckling based approach toward understanding of the material system behavior,” *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 181, p. 105754, 2020. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105754

[21] Ch. Reyes, L. Bejar, J.C. Carranza, P. Perez, L. Perez, and I. Alfonso, “DEM-FEM combination for modeling and simulation of fractal metallic foams,” *Materials Today Communication*, Vol. 34, p. 105054, 2023. https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2022.105054

[22] A. Vidwans, P. Trovalusci, N. Fantuzzi, and J. A.F.O. Correia, “Application of column buckling theory to steel aluminium foam sandwich panels,” *Structures*, Vol. 54, pp. 607-617, 2023. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.04.112

[23] Ansys® SpaceCliam, Release 2021.

[24] Ansys® Workbench, Release 2021.

[25] F. Beer, E. Johnston, J. DeWolf, and D. Mazurek, "Mechanics of Materials," 8th Edition, McGraw-Hill, 2020.

[26] N.D. Nguyen, V.T. Bui, and T.K. Nguyen, "A modified strain gradient theory for buckling, bending and free vibration behaviors of metal foam microbeams," *Structures*, Vol. 64, p. 106533, 2024. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.106533

[27] K. Gao, H. Huang, Zh. Zou, Zh. Wu, H. Zhu, and J. Yang, "Buckling analysis of multi-span non-uniform beams with functionally graded graphene-reinforced foams," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 263, p. 108777, 2024. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108777

[28] H. Sazegaran, "Investigation on production parameters of steel foam manufactured through powder metallurgical space holder technique," *Metals and Materials International*, Vol. 27, pp. 3371-3384, 2021. https://doi.org/10.1007/s12540-020-00659-z